



أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

(٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: أوجد عند $(-\infty)$ نهاية التابع (f) الذي يحقق المتراجحة:

$$|f(x) + 5| \leq \sqrt{x^2 + 1} + x \quad (x \text{ من } \mathbb{R})$$

السؤال الثاني: ① . أوجد نهاية التابع $f(x) = \frac{x-1}{x^3+3x-4}$ عند (1) .

② . أوجد نهاية التابع $f(x) = \frac{2x^3+5-5\cos 2x}{x^2}$ عند (0) .

السؤال الثالث: لدينا $Z_B = \overline{Z_A}$ حيث $Z_A = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i$ ، و المطلوب:

① . بين أن $\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$

② . استنتج $\arg(Z_A)$

السؤال الرابع: في المعلم المتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط:

$$A(1, 0, 1), B(2, 4, 2), C(3, 0, 5), D(4, -4, 8)$$

أثبت أن الأشعة \overline{AB} و \overline{AC} و \overline{AD} مرتبطة خطياً

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

(٦٠ درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لدينا $z_1 = 2\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$ و $z_2 = 1 - i$ ، و المطلوب

① . اكتب z_2 و $z_1 \cdot z_2$ بالشكل المثلثي و z_1 بالشكل الجبري .

② . أوجد $z_1 \cdot z_2$ بالشكل الجبري .

③ . استنتج $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$.

التمرين الثاني: ① . حل المعادلة التالية: $\ln(\sqrt{2x-3}) = \ln(6-x) - \frac{1}{2} \ln x$.

② . حل المتراجحة $\ln \frac{1}{x} > 2$.

التمرين الثالث: ① . تابع معرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \sqrt{4x^2+3}$ ، و المطلوب:

أوجد معادلة المقارب المائل للخط البياني للتابع في جوار $(+\infty)$

② . أوجد نهاية التابع $f(x) = \frac{E(x)}{x-1}$ عند $(+\infty)$.

التمرين الرابع: عيّن مجموعة الأعداد العقدية Z التي يكون من أجلها المقدار $H = \frac{z+3i}{z-3i}$ حقيقياً.

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط: $M(4, -1, 2), B(2, 3, 6), A(2, 3, 0)$

و المطلوب:

- ①. أثبت أن M لا تقع على المستقيم $(A B)$.
- ②. أثبت أن لكل نقطة K من المستقيم $(A B)$ إحداثيات من النمط $(2, 3, z)$.
- ③. احسب $M K^2$ بدلالة z .
- ④. اكتب معادلة الكرة S التي قطرها $[B M]$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$

و ليكن $g(x) = x^2 + 1 - \ln x$ معرف على I ، و المطلوب:

- ①. ادرس تغيرات g ونظم جدولاً بها، و استنتج أن $g(x) > 0$ أيّاً كان $x \in I$.
- ②. أثبت أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، و استنتج جهة اطراد f على I .
- ③. ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.
- ④. أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل عند $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط C مع Δ .

❖ انتهت الأسئلة ❖